

- (1) Sei X zusammenhängend und $\pi_1(X)$ abelsch. Wir nehmen an, dass $H_i(X) = 0$ für $1 \leq i < n$. Zeige dass X $(n - 1)$ -zusammenhängend ist und $\pi_n(X) \simeq H_n(X)$.
- (2) Sei X $(n - 1)$ -zusammenhängend für ein $n \geq 2$. Betrachte die Serre-Spektralsequenz für $\Omega X \rightarrow * \rightarrow X$. Zeige dass für $i < 2n$ alle Element in $H_i(X)$ transgressiv sind, und die Transgression für $i < 2n - 1$ einen Isomorphismus $H_i(X) \rightarrow H_{i-1}(\Omega X)$ induziert.
- (3) Zeige dass die aus der Serre-Spektralsequenz erhaltenen Randabbildungen $H_*F \rightarrow H_*E$ und $H_*E \rightarrow H_*B$ mit $H_*(F \rightarrow E)$ bzw. $H_*(E \rightarrow B)$ übereinstimmen.
- (4) Sei $F \rightarrow E \rightarrow B$ eine Serre-Faserung. Zeige, dass $x \in H_n(B) \simeq H_n(B, *)$ genau dann transgressiv, wenn es ein $\tilde{x} \in H_n(E, F)$ mit Bild x gibt. Zeige dass in diesem Fall die Transgression von x das Bild des Randes $\partial\tilde{x} \in H_{n-1}(F)$ ist.
- (5) Sei A eine abelsche Gruppe und $n \geq 1$. Konstruiere einen Raum $M(A, n)$ mit $\pi_i(M(A, n)) = *$ für $i < n$ und $\pi_n(M(A, n)) \simeq A$.
 [Hinweis: betrachte eine Auflösung $\mathbb{Z}\{S_1\} \rightarrow \mathbb{Z}\{S_2\} \rightarrow A$ und betrachte die Homotopie-Kofaser einer korrespondierenden Abbildung zwischen Wedge-Summen von n -Sphären.]