

- (1) Für eine partiell geordnete Menge S sei \mathcal{B}_S die zugehörige (gewöhnliche) Kategorie. Zeige, dass eine Kategorie \mathcal{C} äquivalent zu einer Kategorie der Form \mathcal{B}_S ist genau dann, wenn $|\text{Hom}_{\mathcal{C}}(x, y)| \leq 1$ für alle $x, y \in \mathcal{C}$.
- (2) Für eine gewöhnliche Kategorie \mathcal{C} sei $N\mathcal{C}$ die zugehörige Quasikategorie. Zeige, dass eine Quasikategorie \mathcal{D} äquivalent zu einer Quasikategorie der Form $N\mathcal{C}$ ist genau dann, wenn $\text{Map}_{\mathcal{D}}(x, y)$ diskret ist (also $\pi_i = *$ für alle $i > 0$ und alle Basispunkte) für alle $x, y \in \mathcal{D}_0$.
- (3) Sei \mathcal{C} eine gewöhnliche Kategorie. Zeige, dass $N\mathcal{C} \rightarrow *$ eine triviale Faserung ist genau dann, wenn $\text{Hom}_{\mathcal{C}}(x, y) = *$ für alle $x, y \in \mathcal{C}$. [*Bemerkung:* eine simpliziale Menge X , so dass $X \rightarrow *$ eine triviale Faserung ist, heißt azyklischer (oder trivialer) Kan-Komplex.]
- (4) Sei $p : X \rightarrow Y \in \text{Set}_{\Delta}$ eine triviale Faserung. Zeige, dass die simpliziale Menge der Schnitte von p ein azyklischer Kan-Komplex ist. Zeige, dass azyklische Kan-Komplexe homotopie-äquivalent zu $*$ sind.
- (5) Definiere einen Automorphismus $o : \Delta \rightarrow \Delta$ ($\Delta =$ Kategorie der endlichen, nicht-leeren, wohlgeordneten Mengen) der “die Ordnung umkehrt”. Für $X \in \text{Set}_{\Delta}$ definiere $X^{op} = X \circ o$. Zeige:
 - (a) Ist \mathcal{C} eine gewöhnliche Kategorie, so gilt $N(\mathcal{C}^{op}) \simeq N(\mathcal{C})^{op}$.
 - (b) $(\Delta^n)^{op} \simeq \Delta^n$, $(\Lambda_k^n)^{op} \simeq \Lambda_{n-k}^n$.
 - (c) Ist X eine Quasikategorie so gilt dies auch für X^{op} .
- (6) Zeige, dass $(X_{p/})^{op} \simeq (X^{op})_{/p^{op}}$.
- (7) Sei \mathcal{C} eine Quasikategorie und $c \in \mathcal{C}$. Zeige, dass c ein initiales Objekt ist genau dann, wenn c^{op} ein terminales Objekt von \mathcal{C}^{op} ist.
- (8) Sei $i : \Lambda_k^n \hookrightarrow \Delta^n$ und $j : \partial\Delta^m \hookrightarrow \Delta^m$. Zeige, $i \square j$ ist inner-anodyn.
- (9) Zeige:
 - (a) $N(\mathcal{C} \star \mathcal{D}) \simeq N(\mathcal{C}) \star N(\mathcal{D})$.
 - (b) $(\partial\Delta^{n-1})^{\triangleleft} \simeq \Lambda_0^n$.
 - (c) $(X \star Y)^{op} \simeq Y^{op} \star X^{op}$.
- (10) Zeige, dass $(\Lambda_j^n \hookrightarrow \Delta^n) \boxtimes (\partial\Delta^m \hookrightarrow \Delta^m) \simeq (\Lambda_j^{n+m+1} \hookrightarrow \Delta^{n+m+1})$.